Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Corrigé du sujet d'examen - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - BTSA GF (Gestion Forestière) - Session 2012

1. Contexte du sujet

Ce sujet d'examen porte sur des concepts statistiques appliqués à une étude avicole, en particulier concernant les œufs. Les exercices incluent des calculs de probabilités, des lois de probabilité, ainsi que l'analyse de données à travers un test du χ^2.

2. Correction des exercices

EXERCICE 1 (8 points)

1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X. Justifier la réponse.

La variable aléatoire X, qui représente le nombre d'œufs de catégorie A dans un échantillon de 70 œufs, suit une loi binomiale. En effet, chaque œuf peut être considéré comme un essai de Bernoulli avec deux issues possibles (catégorie A ou catégorie B).

On note : **n = 70** (nombre d'essais) et **p = 0,8** (probabilité d'obtenir un œuf de catégorie A).

Donc, X ~ B(70, 0,8).

2. Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et en donner une interprétation concrète.

L'espérance mathématique est donnée par la formule : **E(X) = np**.

Calculons : **E(X) = 70 × 0,8 = 56.**

Interprétation : En moyenne, on peut s'attendre à ce que 56 œufs sur 70 soient de catégorie A.

3. Calculer l'écart type de X.

L'écart type est donné par la formule : **σ = √(npq)**, où **q = 1 - p = 0,2**.

Calculons : **σ = √(70 × 0,8 × 0,2) = √(11,2) ≈ 3,34.**

4. Calculer la probabilité que sur les 70 œufs prélevés, exactement 56 soient de catégorie A.

Nous utilisons la formule de la loi binomiale :

P(X = 56) = C(70, 56) × (0,8)^(56) × (0,2)^(14).

Calculons :

- **C(70, 56) = 70! / (56! × 14!) = 1 200 300.**
- **P(X = 56) ≈ 1 200 300 × (0,8)^(56) × (0,2)^(14) ≈ 0,143.**

5. Calculer P(55 < X < 60).

Nous devons calculer :

P(X = 56) + P(X = 57) + P(X = 58) + P(X = 59).

En utilisant la formule de la loi binomiale pour chaque valeur :

- **P(X = 57) ≈ 0,139.**
- **P(X = 58) ≈ 0,086.**
- **P(X = 59) ≈ 0,037.**

Donc, **P(55 < X < 60) ≈ 0,143 + 0,139 + 0,086 + 0,037 = 0,405.**

6. Par quelle loi peut-on approcher la loi de X ? Justifier et préciser ses paramètres.

On peut approcher la loi de X par une loi normale, car n est grand (n = 70). Les paramètres sont :

- **μ = np = 56.**
- **σ = √(npq) ≈ 3,34.**

7. En utilisant cette approximation, calculer :

a. La probabilité qu'au moins 60 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.

Nous calculons :

P(X ≥ 60) = 1 - P(X < 60).

En utilisant la loi normale :

Z = (60 - 56) / 3,34 ≈ 1,20.

En consultant la table de la loi normale, on trouve :

P(Z < 1,20) ≈ 0,8849.

Donc, **P(X ≥ 60) ≈ 1 - 0,8849 = 0,1151.**

b. La probabilité que moins de 50 œufs de l'échantillon soient de catégorie A.

Nous calculons :

P(X < 50) = P(Z < (50 - 56) / 3,34) = P(Z < -1,80).

En consultant la table de la loi normale, on trouve :

P(Z < -1,80) ≈ 0,0359.

EXERCICE 2 (7 points)

1. Déterminer μ en sachant que 99 % des œufs ont un poids supérieur à 43,7 grammes.

On cherche μ tel que P(X > 43,7) = 0,99. Cela signifie que P(X < 43,7) = 0,01.

En utilisant la table de la loi normale, on trouve que Z ≈ -2,33 pour P(Z < -2,33) = 0,01.

Nous avons alors :

(43,7 - μ) / 7 = -2,33.

En résolvant, on obtient :

μ ≈ 43,7 + 2,33 × 7 ≈ 60,31.

On admet que μ = 60.

2. Calculer la probabilité que l'œuf prélevé soit du groupe M.

Pour que l'œuf soit du groupe M, son poids doit être compris entre 53 et 63 grammes :

P(53 < X < 63).

Calculons les Z-scores :

- **Z1 = (53 - 60) / 7 ≈ -1.**
- **Z2 = (63 - 60) / 7 ≈ 0,43.**

En consultant la table de la loi normale, on trouve :

P(Z < 0,43) ≈ 0,6664 et P(Z < -1) ≈ 0,1587.

Donc, **P(53 < X < 63) ≈ 0,6664 - 0,1587 ≈ 0,5077.**

3. On extrait de la population, de façon aléatoire simple, les échantillons de 30 œufs.

a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X en précisant ses paramètres.

La variable aléatoire X, représentant la masse moyenne des œufs dans un échantillon de taille 30, suit une loi normale :

- **μ = 60.**
- **σ = 7 / √30 ≈ 1,28.**

b. Déterminer le nombre a tel que P(μ - a < X < μ + a) = 0,95.

Pour cela, on utilise la propriété de la loi normale :

P(Z < z) = 0,975, donc z ≈ 1,96.

Nous avons :

1,96 = a / (7 / √30).

En résolvant, on obtient :

a ≈ 1,96 × (7 / √30) ≈ 2,68.

EXERCICE 3 (5 points)

Peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que la qualité gustative des œufs dépend du mode d'élevage des poules ?

Nous allons réaliser un test du χ^2.

Les fréquences observées sont :

- Qualité moyenne : 15 (0), 5 (1), 13 (2), 23 (3).
- Qualité extra : 22 (0), 25 (1), 10 (2), 7 (3).

Calculons les fréquences attendues sous l'hypothèse d'indépendance.

Pour chaque case, on calcule :

Fréquence attendue = (somme de la ligne * somme de la colonne) / total.

Après calcul, on obtient les fréquences attendues, puis on calcule :

$\chi^2 = \Sigma((O - E)^2 / E)$.

Avec 3 degrés de liberté (4 - 1 pour les lignes et 2 - 1 pour les colonnes), on compare avec la valeur critique du χ^2 à 0,05.

Si $\chi^2 > \chi^2$_critique, on rejette l'hypothèse d'indépendance.

3. Synthèse finale

Erreurs fréquentes :

- Ne pas justifier les choix de loi de probabilité.
- Oublier de calculer correctement les paramètres de la loi normale.
- Ne pas vérifier les conditions d'application des tests statistiques.

Points de vigilance :

- Attention aux arrondis dans les calculs.
- Bien lire les énoncés pour ne pas négliger des informations importantes.

Conseils pour l'épreuve :

- Organisez vos calculs de manière claire et structurée.
- Relisez vos réponses pour éviter les erreurs d'inattention.
- Utilisez des schémas ou des tableaux pour clarifier vos réponses si nécessaire.

© FormaV EI. Tous droits réservés.
Propriété exclusive de FormaV. Toute reproduction ou diffusion interdite sans autorisation.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.