Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTSA GF, veuillez visiter :
btsagf.fr/annales-sujets-et-corriges

# Traitement de données

**Session 2014** • Code sujet : **2014-BTS103-NOR-ME-RE** • Durée : **3 heures**

## Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement


1. **Lien entre l'origine agricole et l'achat de revues agricoles** (5 questions) — **Page 3**
2. **Influence de l'apport d'azote sur la verse du blé** (1 question) — **Page 5**
3. **Équipement des habitants en panneaux solaires** (5 questions) — **Page 6**
4. **Durée de vie d'un distributeur automatique d'aliments** (3 questions) — **Page 8**
5. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 9**


**Sujet officiel (PDF) :** https://btsagf.fr/assets/annales/btsa-gf/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2014/BTSA GF - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2014 - 1-Sujet.pdf

## 1. Lien entre l'origine agricole et l'achat de revues agricoles

Une enquête étudie le lien éventuel entre l'origine agricole des personnes et leur comportement d'achat de revues liées à l'agriculture. La loi conjointe des variables X et Y est donnée dans un tableau, pour étudier les lois marginales, les caractéristiques, une probabilité conditionnelle et l'indépendance.

**Question 1. Donner les lois de probabilité des variables aléatoires X et Y à partir de la loi conjointe fournie.**

La loi de **X** s'obtient en additionnant les probabilités de chaque colonne de la loi conjointe. Celle de **Y** s'obtient en additionnant les probabilités de chaque ligne. On lit ainsi les probabilités marginales suivantes :

| Variable | Valeur | Probabilité |
|---|---|---|
| X | 0 | 0,20 |
| X | 1 | 0,30 |
| X | 2 | 0,50 |
| Y | 0 | 0,30 |
| Y | 1 | 0,70 |

Chaque loi est bien normalisée : la somme de ses probabilités vaut 1.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Loi de X : (0,20 ; 0,30 ; 0,50). Loi de Y : (0,30 ; 0,70).

**Question 2. Calculer les espérances mathématiques et les variances des variables aléatoires X et Y.**

On utilise les lois marginales de la question 1. Pour chaque variable, l'espérance est la somme des valeurs multipliées par leurs probabilités. La variance se calcule avec la relation $\mathbf{V(Z) = E(Z^2) - E(Z)^2}$.

Pour X, on obtient $E(X) = 1{,}30$ et $E(X^2) = 2{,}30$, donc $V(X) = 2{,}30 - 1{,}30^2 = 0{,}61$. Comme Y ne prend que les valeurs 0 et 1, $E(Y) = E(Y^2) = 0{,}70$ ; ainsi $V(Y) = 0{,}70 - 0{,}70^2 = 0{,}21$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

E(X) = 1,30 ; V(X) = 0,61. E(Y) = 0,70 ; V(Y) = 0,21.

**Question 3. Déterminer la probabilité qu'une personne prise au hasard n'achète jamais de revue liée à l'agriculture et ne soit pas d'origine agricole.**

« N'achète jamais » correspond à l'événement X = 0, et « n'est pas d'origine agricole » à Y = 0. La probabilité demandée est donc celle de l'intersection de ces deux événements. Dans la loi conjointe, on la lit directement dans la case située à la colonne X = 0 et à la ligne Y = 0. Cette case fournit la probabilité cherchée, sans calcul supplémentaire.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

P(X = 0 et Y = 0) = 0,15.

**Question 4. Sachant que la personne n'est pas d'origine agricole, calculer la probabilité qu'elle n'achète jamais de revue liée à l'agriculture.**

La condition « n'est pas d'origine agricole » signifie Y = 0. La probabilité conditionnelle recherchée est le quotient de la probabilité de l'intersection X = 0 et Y = 0 par celle de Y = 0. Le numérateur se lit dans la case correspondante de la loi conjointe ; le dénominateur est la somme des probabilités de la ligne Y = 0.

$P(X = 0 \mid Y = 0) = \frac{0{,}15}{0{,}15+0{,}05+0{,}10} = 0,5.$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité cherchée est 0,5, soit 50 %.

**Question 5. Déterminer si les variables aléatoires X et Y sont indépendantes et justifier la réponse.**

Si X et Y étaient indépendantes, on aurait notamment P(X = 0 et Y = 0) = P(X = 0)P(Y = 0). D'après les lois marginales, P(X = 0) = 0,20 et P(Y = 0) = 0,30 ; leur produit vaut 0,06. Or la loi conjointe donne P(X = 0 et Y = 0) = 0,15. La condition nécessaire d'indépendance n'est donc pas satisfaite.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> X et Y ne sont pas indépendantes : 0,15 ≠ 0,20 × 0,30 = 0,06.

## 2. Influence de l’apport d’azote sur la verse du blé

Une étude porte sur 200 parcelles de blé ayant reçu différents apports d’azote, et classe les résultats selon l’intensité de la verse. Il faut déterminer, au seuil de risque 0,05, si l’apport d’azote a une influence sur l’apparition de la verse.

**Question 1. Au seuil de risque 0,05, déterminer si l’on peut considérer que l’apport d’azote a une influence sur l’apparition de la verse, à partir du tableau d’effectifs.**

On teste l’indépendance entre l’apport d’azote et l’intensité de la verse. Sous l’hypothèse d’indépendance, chaque effectif théorique vaut **total de ligne × total de colonne / 200**.

| Apport d’azote | Observés : non | Observés : peu | Observés : très | Théoriques : non | Théoriques : peu | Théoriques : très |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Faible | 30 | 13 | 7 | 24 | 17 | 9 |
| Raisonné | 49 | 37 | 14 | 48 | 34 | 18 |
| Excès | 17 | 18 | 15 | 24 | 17 | 9 |

Tous les effectifs théoriques sont supérieurs à 5. Le test du Khi-deux a 4 degrés de liberté; au risque de 0,05, la valeur critique est 9,49. La statistique calculée, $\chi^2 \approx 10{,}161$, dépasse cette valeur : l’indépendance est rejetée.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Au seuil de 0,05, l’apport d’azote est associé de façon significative à l’intensité de la verse.

## 3. Équipement des habitants en panneaux solaires

Une enquête indique que 15 % des habitants d'une ville sont équipés de panneaux solaires, et l'on considère un échantillon aléatoire simple de taille n. L'exercice porte sur la loi du nombre d'habitants équipés, des probabilités pour n = 20 et une approximation pour n = 100.

**Question 1. Déterminer la loi de probabilité de X, variable aléatoire comptant les habitants de l'échantillon équipés de panneaux solaires, et justifier cette loi.**

Pour chacun des n habitants, l'équipement en panneaux solaires constitue un succès de probabilité 0,15, tandis que l'absence d'équipement a une probabilité 0,85. En modélisant les choix des habitants de l'échantillon comme indépendants, X compte le nombre de succès parmi n essais identiques. C'est donc une variable binomiale de paramètres n et 0,15. Pour tout entier k compris entre 0 et n, sa probabilité est donnée par la formule binomiale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le nombre d'habitants équipés suit la loi binomiale de paramètres n et 0,15 : $X \sim B(n ; 0,15)$.

**a**

**Question 2. Pour n = 20, calculer P(X ≤ 2). Donner le résultat à $10^{-3}$ près.**

Pour n = 20, la variable X suit B(20 ; 0,15). L'événement X ≤ 2 regroupe les trois cas où l'échantillon contient zéro, un ou deux habitants équipés. En appliquant la formule binomiale à chacun, on obtient : $P(X \leq 2) = 0,85^{20} + 20 \times 0,15 \times 0,85^{19} + 190 \times 0,15^{2} \times 0,85^{18} = 0,404896…$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour 20 habitants, la probabilité d'en compter au plus deux équipés de panneaux solaires est d'environ 0,405.

**b**

**Question 2. Pour n = 20, en déduire la probabilité que plus de deux habitants de l'échantillon soient équipés de panneaux solaires. Donner le résultat à $10^{-3}$ près.**

« Plus de deux habitants équipés » signifie que X est strictement supérieur à 2. C'est l'événement contraire de X ≤ 2. On soustrait donc à 1 la probabilité obtenue à la question précédente : $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0,404896… = 0,595104…$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que plus de deux habitants soient équipés est d'environ 0,595.

**a**

**Question 3. Pour n = 100, déterminer l'espérance et l'écart type de la variable aléatoire X.**

Pour n = 100, X suit B(100 ; 0,15). Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est np et l'écart type est $(np(1 - p))$. On calcule donc $E(X) = 100 \times 0,15 = 15$, puis $\sigma(X) = (100 \times 0,15 \times 0,85) = 12,75 \approx 3,571$. L'espérance et l'écart type sont exprimés en nombre d'habitants.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Pour 100 habitants, l'espérance est de 15 équipés et l'écart type est d'environ 3,571 habitants.

**b**

**Question 3. Pour n = 100, justifier une approximation de la loi de X, puis déterminer la probabilité qu'au moins 20 habitants soient équipés de panneaux solaires. Donner le résultat à $10^{-3}$ près.**

On peut approcher la loi binomiale par une loi normale, car np = 15 et n(1 − p) = 85 sont supérieurs à 5. On utilise une loi normale de moyenne 15 et d'écart type 12,75. La valeur centrée réduite associée à 20 est (20 − 15) / 12,75 ≈ 1,40. D'après la table, Φ(1,40) = 0,9192. Ainsi, P(X ≥ 20) ≈ 1 − 0,9192 = 0,0808.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Avec l'approximation normale, la probabilité d'avoir au moins 20 habitants équipés est d'environ 0,081.

## 4. Durée de vie d’un distributeur automatique d’aliments

La durée de vie, en années, d’un distributeur automatique d’aliments pour volailles est modélisée par une variable aléatoire de densité f(t) = 0,2e$^{-0,2t}$ sur [0 ; +∞[. Le graphique et la fonction de répartition servent à interpréter une aire comme une probabilité et à calculer des probabilités de durée de vie.

**Question 1. Interpréter l’aire grisée sous la courbe de densité en termes de probabilité, en tenant compte de l’intervalle représenté sur le graphique.**

L’aire grisée est comprise entre 0 et 7 ans, d’après la borne verticale du graphique. Comme la durée de vie est positive, elle représente la probabilité que le distributeur ait une durée de vie inférieure ou égale à 7 ans.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X \leq 7)$ : probabilité que la durée de vie ne dépasse pas 7 ans.

**a**

**Question 2. À l’aide de la fonction de répartition F(t) = P(X ≤ t) = 1 - e$^{-0,2t}$, calculer la probabilité que la durée de vie du distributeur soit inférieure à 3 ans.**

On évalue la fonction de répartition en 3. Comme la durée de vie suit une loi continue, les probabilités d’une durée strictement inférieure à 3 ans et inférieure ou égale à 3 ans sont égales : $P(X < 3) = F(3) = 1 - e^{-0,2\times 3} = 1 - e^{-0,6} \approx 0,451$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X < 3) \approx 0,451$.

**b**

**Question 2. À l’aide de la fonction de répartition F(t) = P(X ≤ t) = 1 - e$^{-0,2t}$, calculer la probabilité que la durée de vie du distributeur soit comprise entre 4 et 6 ans.**

La probabilité entre 4 et 6 ans est la différence des probabilités cumulées : $P(4 \leq X \leq 6) = F(6) - F(4)$. Ainsi, $(1 - e^{-0,2\times 6}) - (1 - e^{-0,2\times 4}) = e^{-0,8} - e^{-1,2} \approx 0,148$. Les bornes incluses ne changent pas le résultat, car la variable est continue.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(4 \leq X \leq 6) \approx 0,148$.

# Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2014)

**Bilan de l'épreuve :** Cette épreuve de Traitement de données du BTSA, session 2014 Métropole-Réunion, porte le code 2014-BTS103-NOR-ME-RE et dure 3 heures; aucun coefficient n'est imprimé. Elle traite des revues agricoles, de l'apport d'azote et de la verse du blé, des panneaux solaires et de la durée de vie d'un distributeur, en mobilisant probabilités, test du khi-deux et lois usuelles.

### Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour obtenir une loi marginale à partir d'une loi conjointe, additionner les probabilités correspondant à chaque valeur de la variable.
- Pour une variable binomiale X de paramètres n et p : $E(X) = np$ et $\sigma(X) = \sqrt{(np(1-p))}$.
- Pour tester l'indépendance dans un tableau de contingence, comparer la statistique du khi-deux calculée à la valeur critique au seuil choisi.
- Pour une durée de vie exponentielle de paramètre 0,2 : $F(t) = 1 - e^{-0,2t}$ et $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$.

### Points de vigilance & attentes du jury

- Pour une probabilité conditionnelle, identifier l'événement conditionnant et appliquer $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$.
- Pour le test du khi-deux, vérifier les effectifs théoriques et les degrés de liberté avant de conclure au seuil de 5 %.
- Justifier les conditions d'approximation de la loi binomiale et traduire correctement « au moins 20 » par une probabilité adaptée.
- Pour une aire sous une densité, repérer les bornes sur le graphique et exprimer l'événement correspondant.

## Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

**Q : Comment obtenir les lois marginales à partir du tableau de l'exercice 1 ?**

Pour chaque valeur de X, additionnez les probabilités de la colonne correspondante sur toutes les valeurs de Y. Pour chaque valeur de Y, additionnez les probabilités de la ligne correspondante sur toutes les valeurs de X.

**Q : Comment calculer la probabilité que la durée de vie soit comprise entre deux valeurs ?**

Soustrayez les valeurs de la fonction de répartition aux bornes : $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$. Ici, $F(t) = 1 - e^{-0,2t}$ pour les durées positives.

**Q : Combien de temps dure l'épreuve et quel matériel est autorisé ?**

L'épreuve dure 3 heures. La calculatrice est le matériel autorisé indiqué sur le sujet. Les quatre exercices sont notés respectivement sur 6, 5, 6 et 3 points, soit 20 points au total.

**Q : Quels critères faut-il respecter pour le test sur l'apport d'azote ?**

Il faut exploiter le tableau d'effectifs, poser les hypothèses d'indépendance, déterminer la statistique du khi-deux et ses degrés de liberté, puis la comparer à la valeur critique au seuil de risque 0,05 pour conclure.

**Sujet officiel associé (PDF) :** https://btsagf.fr/assets/annales/btsa-gf/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2014/BTSA GF - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2014 - 1-Sujet.pdf
**Ressources BTSA Gestion Forestière :** Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.