Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTSA GF, veuillez visiter :
btsagf.fr/annales-sujets-et-corriges

BTSA GESTION FORESTIÈRE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Traitement de données - Toutes options

Session 2015 • Code sujet : **2015-BTS103-NOR-ME-AN-GU-RE** • Durée : **3 heures**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Loi conjointe de deux variables aléatoires et consommation de fruits et légumes** (9 questions) — **Page 3**
2. **Estimation et modélisation d'une proportion de consommateurs** (7 questions) — **Page 6**
3. **Évolution de la consommation quotidienne de pain et ajustement exponentiel** (6 questions) — **Page 9**
4. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsagf.fr/assets/annales/btsa-gf/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2015/BTSA GF - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2015 - 1-Sujet.pdf

1. Loi conjointe de deux variables aléatoires et consommation de fruits et légumes

Une enquête auprès de 100 personnes indique le nombre de variétés de fruits et de légumes consommées la veille, représenté par les variables aléatoires X et Y. Le tableau de leur loi conjointe sert à vérifier les probabilités, étudier les lois marginales et la dépendance, puis analyser la somme Z = X + Y.

Question 1. Vérifier que le tableau fourni définit bien la loi de probabilité du couple de variables aléatoires (X, Y).

Une loi conjointe doit associer à chaque couple une probabilité positive ou nulle, et la somme de toutes les probabilités doit être égale à 1. Ici, toutes les valeurs du tableau sont positives ou nulles. Leur somme vaut 1 : les deux conditions sont vérifiées, donc le tableau définit bien une loi de probabilité conjointe.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Le tableau définit bien la loi de probabilité du couple (X, Y).

Question 2. Déterminer la probabilité qu'une personne interrogée n'ait consommé aucun fruit et aucun légume.

Ne consommer aucun fruit signifie $X = 0$, et ne consommer aucun légume signifie $Y = 0$. La probabilité recherchée est donc celle du couple $(X, Y) = (0, 0)$. On lit directement la case située à la ligne $Y = 0$ et à la colonne $X = 0$ dans le tableau de la loi conjointe.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 0, Y = 0) = 0.$

Question 3. Déterminer P(X = 0), puis P(Y = 0).

Événement	Calcul à partir du tableau	Probabilité
$X = 0$	$0 + 0,02 + 0,05 + 0,04$	0,11
$Y = 0$	$0 + 0,01 + 0,03 + 0,05$	0,09

Pour $X = 0$, on additionne la colonne correspondante ; pour $Y = 0$, on additionne la ligne correspondante.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 0) = 0,11$ et $P(Y = 0) = 0,09.$

Question 4. Justifier que les variables aléatoires X et Y ne sont pas indépendantes.

Si X et Y étaient indépendantes, on aurait $P(X = 0, Y = 0) = P(X = 0)P(Y = 0)$. Or, la probabilité conjointe vaut 0, tandis que le produit des probabilités marginales vaut $0,11 \times 0,09 = 0,0099$. Ces deux valeurs sont différentes : la condition nécessaire à l'indépendance n'est pas vérifiée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X et Y ne sont pas indépendantes.

Question 5. Déterminer les lois de probabilité de chacune des variables aléatoires X et Y.

Pour obtenir la loi de X, on additionne les probabilités de chaque colonne ; pour celle de Y, on additionne les probabilités de chaque ligne. Les sommes donnent les probabilités marginales suivantes :

Valeur	0	1	2	3
$P(X = \cdot)$	0,11	0,36	0,36	0,17
$P(Y = \cdot)$	0,09	0,32	0,30	0,29

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour les valeurs $0, 1, 2, 3$, les lois sont : $X = (0,11; 0,36; 0,36; 0,17)$ et $Y = (0,09; 0,32; 0,30; 0,29)$.

Variable Z = X + Y

Question 6.a. Donner une interprétation concrète de la variable aléatoire Z = X + Y dans le contexte de l'enquête.

1. X désigne le nombre de variétés de fruits consommées la veille.
2. Y désigne le nombre de variétés de légumes consommées la veille.
3. La somme $Z = X + Y$ compte donc l'ensemble des variétés de fruits et de légumes consommées par la personne interrogée la veille.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Z est le nombre total de variétés de fruits et de légumes consommées la veille par une personne.

Question 6.b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Z.

Pour chaque valeur z, on additionne les probabilités des couples (x, y) tels que $x + y = z$. La loi obtenue est :

z	0	1	2	3	4	5	6
$P(Z = z)$	0	0,03	0,20	0,32	0,28	0,15	0,02

Ces probabilités totalisent 1, comme attendu pour une loi de probabilité.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour $z = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, la loi de Z est $(0; 0,03; 0,20; 0,32; 0,28; 0,15; 0,02)$.

Question 6.c. Déterminer P(Z ≥ 5), puis donner une interprétation concrète du résultat.

Comme Z ne peut dépasser 6, l'événement $Z \geq 5$ regroupe les cas $Z = 5$ et $Z = 6$. Ainsi, $P(Z \geq 5) = P(Z = 5) + P(Z = 6) = 0,15 + 0,02 = 0,17$. Ce résultat représente la proportion de personnes ayant consommé au moins cinq variétés de fruits et légumes au total la veille.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(Z \geq 5) = 0,17$, soit 17 % des personnes interrogées.

Question 7. Calculer l'espérance mathématique de Z et donner une interprétation concrète du résultat.

L'espérance de Z s'obtient en multipliant chaque valeur possible par sa probabilité, puis en additionnant les produits : $E(Z) = 0 \times 0 + 1 \times 0,03 + 2 \times 0,20 + 3 \times 0,32 + 4 \times 0,28 + 5 \times 0,15 + 6 \times 0,02 = 3,38$. Elle indique le nombre total moyen de variétés consommées la veille par personne.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(Z) = 3,38$ variétés de fruits et légumes par personne en moyenne.

2. Estimation et modélisation d'une proportion de consommateurs

L'exercice étudie la proportion d'individus consommant au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour, selon la recommandation de l'OMS. Une enquête sur 1 000 personnes sert à estimer cette proportion, puis une valeur supposée de 0,17 est utilisée pour étudier des échantillons de 10 et de 200 personnes.

Partie A

Question 1.a. Pour la variable aléatoire F, qui associe à un échantillon aléatoire simple de 1 000 individus la proportion de réponses « oui », exprimer son espérance mathématique en fonction de p.

La fréquence observée *F* est le nombre de réponses « oui » divisé par 1 000. En écrivant ce nombre comme la somme des 1 000 indicatrices de réponse, chacune d'espérance *p*, puis en appliquant la linéarité de l'espérance, on obtient l'espérance de la fréquence. Elle est égale à la proportion de « oui » dans la population.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\mathbb{E}(F) = p$.

Question 1.b. Indiquer par quelle loi de probabilité on peut approcher la loi de la variable aléatoire F.

Le nombre de réponses « oui » dans l'échantillon suit une loi binomiale de paramètres 1 000 et *p*. La fréquence *F* est ce nombre divisé par 1 000. Lorsque les effectifs attendus de « oui » et de « non » sont suffisants, cette loi binomiale, puis la fréquence correspondante, sont approchées par une loi normale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

F est approximativement normale, de moyenne p et de variance $\dfrac{p(1-p)}{1000}$.

Question 2. L'enquête révèle 16,8 % de réponses « oui ». Déterminer une estimation par intervalle de confiance de p au niveau de confiance 0,95, avec des résultats arrondis à 10^{-3} près.

La fréquence observée est $f = 0,168$ pour un échantillon de taille $n = 1000$. L'intervalle de confiance à 95 % utilisé pour estimer *p* est $\left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}} ; f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$. La marge vaut environ $0,032$. En calculant les deux bornes puis en les arrondissant au millième, on obtient l'intervalle demandé.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : $[0,136\ ;\ 0,200]$.

Partie B

Question 1. En supposant p = 0,17, déterminer la probabilité qu'aucun individu d'un échantillon aléatoire simple de 10 personnes ne respecte les recommandations de l'OMS. Arrondir le résultat à 10^{-2} près.

La probabilité qu'une personne ne respecte pas la recommandation est $1 - 0,17 = 0,83$. Pour que personne parmi les 10 ne la respecte, les 10 personnes doivent toutes appartenir à cette catégorie. En considérant les réponses comme indépendantes, on multiplie donc 10 fois la probabilité $0,83$. Le résultat est ensuite arrondi au centième, comme demandé pour la partie B.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Probabilité cherchée : $0,16$.

Question 2.a. Pour un échantillon aléatoire simple de 200 personnes, X désigne le nombre d'individus consommant au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour. Déterminer la loi de probabilité de X.

Pour chaque personne, on considère une épreuve de Bernoulli : le succès est la consommation d'au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour, de probabilité $p = 0,17$. L'échantillon comprend 200 personnes et *X* compte le nombre de succès. Sous l'hypothèse d'indépendance des réponses, ce nombre suit une loi binomiale de paramètres 200 et 0,17.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(200\ ;\ 0,17)$.

Question 2.b. Justifier que la loi de probabilité de X peut être approchée par une loi normale et en préciser les paramètres.

Pour $X \sim \mathcal{B}(200; 0,17)$, les effectifs attendus de succès et d'échecs sont respectivement $200 \times 0,17 = 34$ et $200 \times 0,83 = 166$, tous deux suffisants pour l'approximation normale. Sa moyenne est $np = 34$, et sa variance est $np(1-p) = 28,22$. L'écart-type correspondant est $\sqrt{28,22} \approx 5,31$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Approximation normale de moyenne 34 et de variance $28,22$ (écart-type $\approx 5,31$).

Question 2.c. Déterminer la probabilité qu'entre 30 et 40 individus inclus de l'échantillon consomment au moins 400 grammes de fruits ou légumes par jour. Il est possible d'utiliser le résultat de la question précédente. Arrondir à 10^{-2} près.

On utilise l'approximation normale de moyenne 34 et d'écart-type $\sqrt{28,22}$. Les valeurs standardisées de 30 et 40 sont respectivement environ $-0,75$ et $1,13$. D'après la table fournie, $\Phi(1,13) = 0,8708$ et $\Phi(-0,75) = 1 - 0,7734 = 0,2266$. La différence donne la probabilité recherchée, arrondie au centième.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$P(30 \leq X \leq 40) \approx 0,64.$

3. Évolution de la consommation quotidienne de pain et ajustement exponentiel

Un tableau retrace, pour neuf années de 1900 à 2010, le rang de l'année et la masse moyenne quotidienne de pain consommée par adulte. L'exercice compare un ajustement linéaire à un ajustement après transformation logarithmique, puis demande une estimation pour 1935.

Question 1.a. Donner le coefficient de corrélation linéaire entre les variables statistiques T et M.

À partir des neuf couples, on obtient les sommes centrées : $S_{TM} = 114350 - \frac{580 \times 2898}{9} = -72410$, $S_{TT} = 48000 - \frac{580^2}{9} = \frac{95600}{9}$ et $S_{MM} = 1499684 - \frac{2898^2}{9} = 566528$. Le coefficient de corrélation est $r = \frac{S_{TM}}{\sqrt{S_{TT} S_{MM}}}$. Son signe négatif indique que les masses diminuent globalement lorsque le rang de l'année augmente.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $r_{TM} \approx -0{,}933$

Question 1.b. À partir du nuage de points et de la droite d'ajustement de M en T obtenue par la méthode des moindres carrés, expliquer pourquoi l'ajustement linéaire ne convient pas.

Sur le graphique, les points ne se répartissent pas de façon régulière autour de la droite. La baisse est très forte au début, puis elle ralentit nettement : le nuage dessine une courbe, tandis que la droite impose une diminution constante. Cette structure des écarts montre que le modèle linéaire décrit mal l'évolution, même si le coefficient de corrélation calculé en 1.a est élevé en valeur absolue.

> Le ralentissement de la baisse est incompatible avec une droite d'ajustement pertinente.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'ajustement linéaire ne convient pas : la décroissance est courbe et ralentit avec le temps.

Changement de variable $z_i = \ln(m_i)$

Question 2.a. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre T et Z, puis interpréter le résultat.

On remplace chaque masse par son logarithme, puis on calcule la corrélation entre les neuf rangs t_i et les valeurs $z_i = \ln(m_i)$. Les sommes centrées sont $S_{TZ} \approx -192{,}390338$, $S_{TT} = 95600/9$ et $S_{ZZ} \approx 3{,}615830$. Le coefficient proche de -1 indique que la transformation rend la tendance presque linéaire.

- La liaison entre T et Z est fortement négative.
- Lorsque le rang augmente, le logarithme de la consommation diminue presque linéairement.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $r_{TZ} \approx -0{,}982$: liaison fortement décroissante et presque linéaire.

Question 2.b. **Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de Z en T.**

La droite de régression de Z en T s'écrit $z = at + b$, où $a = S_{TZ}/S_{TT}$ et $b = \bar{z} - a\bar{t}$. Avec $\bar{z} = 49{,}884289693/9$ et $\bar{t} = 580/9$, les coefficients non arrondis sont environ $a = -0{,}018112061$ et $b = 6{,}70992054$. L'équation demandée, arrondie au millième, est donc :

$z \approx -0{,}018t + 6{,}710$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $z \approx -0{,}018t + 6{,}710$

Question 2.c. **À partir de l'équation de la droite d'ajustement de Z en T, déduire une expression de m en fonction de t.**

1. La relation définissant la nouvelle variable est $z = \ln(m)$.
2. On applique l'exponentielle aux deux membres : $m = e^{z}$.
3. En substituant la droite d'ajustement obtenue avant arrondi, on obtient un modèle exponentiel de la masse moyenne en fonction du rang. La masse est exprimée en grammes par jour et par adulte.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $m(t) \approx e^{6{,}70992054 - 0{,}018112061t}$

Question 2.d. **Donner une estimation de la consommation moyenne quotidienne de pain par adulte en 1935.**

Le rang de l'année est compté à partir de 1900, qui correspond au rang 0. Pour 1935, on a donc $t = 1935 - 1900 = 35$. En utilisant les coefficients non arrondis de la régression, on évalue $m(35) = e^{6{,}70992054 - 0{,}018112061 \times 35}$. L'estimation est donnée au millième, conformément à la précision demandée dans l'exercice.

Cette valeur est une estimation issue du modèle exponentiel ajusté aux données.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> En 1935, la consommation estimée est de $435{,}284$ g par jour et par adulte.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2015)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de Traitement de données du BTSA, toutes options, est celle de la session 2015, code 2015-BTS103-NOR-ME-AN-GU-RE, et dure trois heures. Le coefficient n'est pas imprimé. Notée sur 20 points, elle porte sur les consommations alimentaires et la consommation de pain : lois de probabilités, estimation d'une proportion, approximation normale, corrélation et ajustement statistique.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Une loi conjointe est valide si ses probabilités sont positives ou nulles et si leur somme vaut 1.
- L'indépendance exige $P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$ pour chaque couple de valeurs.
- Une variable comptant les succès de n essais indépendants de probabilité p suit une loi binomiale B(n, p).
- Avec $z = \ln(m)$, une relation affine entre z et t correspond à un modèle exponentiel pour m.

Points de vigilance & attentes du jury

- Pour obtenir une loi marginale, sommer les probabilités conjointes correspondant à chaque valeur de la variable.
- Traduire les formulations en événements, notamment « aucun » et « entre 30 et 40 au sens large ».
- Pour l'approximation normale d'une binomiale, justifier les conditions et donner moyenne et écart-type.
- Respecter les arrondis demandés et utiliser le rang de l'année correspondant à 1935 dans le modèle.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment obtenir la loi de Z = X + Y à partir du tableau conjoint ?

Pour chaque valeur possible de Z, additionnez les probabilités des cases dont les coordonnées vérifient $x + y = z$. Vérifiez que la somme des probabilités obtenues vaut 1.

Q : Pourquoi le nombre de consommateurs dans l'échantillon de 200 suit-il une loi binomiale ?

Chaque personne correspond à un essai à deux issues, respecter ou non la recommandation. En supposant les essais indépendants et la probabilité constante p = 0,17, leur nombre suit une loi binomiale de paramètres 200 et 0,17.

Q : Comment répartir le temps pendant cette épreuve de trois heures ?

Les exercices valent 7,5, 7,5 et 5 points, pour un total de 20 points. Vous pouvez répartir le temps en fonction de ces pondérations et conserver quelques minutes pour vérifier les calculs et les arrondis.

Q : Que faut-il présenter pour justifier un modèle ou un ajustement statistique ?

Indiquez les calculs utiles, les paramètres de la loi ou l'équation de la droite, puis interprétez le résultat dans le contexte. Pour juger l'ajustement, examinez le coefficient de corrélation et la forme du nuage.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsagf.fr/assets/annales/btsa-gf/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2015/BTSA GF - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2015 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTSA Gestion Forestière : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.