Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTSA GF, veuillez visiter :
btsagf.fr/annales-sujets-et-corriges

BTSA GESTION FORESTIÈRE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

# Traitement de données - Toutes options

**Session 2023** • Code sujet : **2023-BTS103-NOR-ME-RE-MA** • Durée : **180 minutes**

## Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement


1. **Apport azoté et rendement de la betterave sucrière** (5 questions) — **Page 3**
2. **Lien entre le traitement contre le taupin et l'état des plants de maïs** (1 question) — **Page 5**
3. **Taux d'urée du lait et suivi des troupeaux et des exploitations** (8 questions) — **Page 6**
4. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 9**


**Sujet officiel (PDF) :** https://btsagf.fr/assets/annales/btsa-gf/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2023/BTSA GF - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2023 - 1-Sujet.pdf

# 1. Apport azoté et rendement de la betterave sucrière

Une expérimentation compare les apports d'azote de plusieurs parcelles aux rendements obtenus en betteraves sucrières. Les données, le nuage de points et le graphique des résidus servent à étudier la corrélation, la régression linéaire et l'estimation d'un apport permettant d'atteindre un rendement cible.

**Question 1. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre X, l'apport d'azote en kg/ha, et Y, le rendement en betteraves en tonnes par hectare.**

À partir des dix couples de données, on obtient les moyennes $\bar{x} = 130{,}5$ et $\bar{y} = 11{,}31$. Les sommes centrées sont $\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -397{,}05$, $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 5672{,}5$ et $\sum(y_i - \bar{y})^2 = 27{,}969$. Ainsi, $r = \frac{-397{,}05}{\sqrt{5672{,}5 \times 27{,}969}} \approx -0{,}997$. La corrélation est donc très forte et négative : le rendement diminue lorsque l'apport d'azote augmente.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $r \approx -0{,}997$

**Question 2. Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X par la méthode des moindres carrés.**

Pour la régression de $Y$ en $X$, le coefficient directeur vaut $b = \frac{-397{,}05}{5672{,}5} \approx -0{,}069996$. L'ordonnée à l'origine est $a = \bar{y} - b\bar{x} = 11{,}31 - (-0{,}069996 \times 130{,}5) \approx 20{,}444425$. Une équation de la droite des moindres carrés, avec les coefficients arrondis au millième, est donc $\hat{y} = 20{,}444 - 0{,}070x$. Pour les calculs suivants, on conserve les coefficients non arrondis.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{y} = 20{,}444 - 0{,}070x$

**Question 3. Les résidus sont définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$, où $\hat{y}_i$ est estimé à l'aide de l'équation de la droite de régression. Retrouver par le calcul le résidu correspondant à un apport d'azote de 150 kg/ha.**

Pour $x = 150$ kg/ha, le rendement observé dans le tableau est $y = 10$ t/ha. La droite de régression donne $\hat{y} = 20{,}4444249 - 0{,}0699956 \times 150 \approx 9{,}945084$ t/ha. Le résidu est la différence entre le rendement observé et le rendement estimé : $e = y - \hat{y} = 10 - 9{,}945084 \approx 0{,}055$ t/ha. Le résidu positif concorde avec le point situé légèrement au-dessus de zéro sur le graphique des résidus.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Résidu : $0{,}055$ t/ha

**Question 4. Indiquer, à l'aide de deux arguments, si l'ajustement réalisé par la droite de régression est pertinent.**

Oui, l'ajustement linéaire est pertinent pour décrire les données de l'expérimentation. D'abord, le coefficient de corrélation, $r \approx -0{,}997$, est très proche de $-1$ : le nuage des rendements suit une tendance décroissante presque linéaire. Ensuite, le graphique des résidus montre des valeurs réparties de part et d'autre de zéro, sans tendance générale nette en fonction de l'apport. Ces deux observations appuient l'utilisation de la droite sur l'intervalle étudié.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : corrélation très forte et négative, et résidus répartis autour de zéro sans tendance nette.

**Question 5. Le taux de sucre est optimal lorsque la production de betteraves atteint 15 tonnes par hectare. En considérant que le modèle reste valable pour des apports d'azote supérieurs à 70 kg/ha, estimer la quantité d'azote à apporter pour obtenir ce rendement.**

Pour obtenir un rendement estimé de $15$ t/ha, on résout $15 = 20{,}4444249 - 0{,}0699956x$, en utilisant les coefficients non arrondis de la droite de régression. On trouve $x = \frac{15 - 20{,}4444249}{-0{,}0699956} \approx 77{,}782$ kg/ha. Cette estimation est bien supérieure à $70$ kg/ha, comme l'exige la condition de validité donnée dans l'énoncé. On peut donc retenir environ $78$ kg d'azote par hectare.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Apport estimé : $77{,}782$ kg/ha, soit environ $78$ kg/ha.

## 2. Lien entre le traitement contre le taupin et l’état des plants de maïs

Trois parcelles de maïs reçoivent des traitements différents contre le taupin : biologique, en granulés ou par pulvérisation. Un tableau croise le type de traitement avec l’état des plants, indemnes, partiellement atteints ou morts, afin d’étudier une éventuelle dépendance.

**Question. À partir des effectifs du tableau, déterminer si, au seuil de risque de 0,05, on peut considérer que l’état des plants de maïs dépend du type de traitement utilisé.**

On teste l’indépendance entre le traitement et l’état des plants. Sous cette hypothèse, chaque effectif théorique vaut : total de la ligne × total de la colonne ÷ total général.

| Traitement | Indemnes | Partiellement atteints | Morts |
|---|---|---|---|
| A | 460,905 | 84,716 | 35,379 |
| B | 488,670 | 89,819 | 37,511 |
| C | 470,425 | 86,466 | 36,110 |

Tous les effectifs théoriques dépassent 5. La statistique du test est $\chi^2 \approx 18{,}233$, avec $(3-1)(3-1) = 4$ degrés de liberté. La valeur critique au seuil de 0,05 est 9,49. Puisque 18,233 > 9,49, on rejette l’hypothèse d’indépendance.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, au seuil de 0,05, l’état des plants dépend du type de traitement.

## 3. Taux d’urée du lait et suivi des troupeaux et des exploitations

Le taux d’urée du lait, indicateur de la teneur en azote de l’alimentation, est modélisé par une loi normale d’espérance 245 mg/L et d’écart-type 35 mg/L. L’exercice porte sur les probabilités individuelles et celles d’une moyenne d’échantillon, puis sur l’estimation et l’évolution de la proportion d’exploitations présentant un taux moyen anormalement élevé.

### Partie A

**Question 1. La plage de confort d’une vache correspond à un taux d’urée compris entre 200 et 300 mg/L. Déterminer la probabilité qu’une vache prise au hasard dans le troupeau se trouve dans cette plage.**

On centre-réduit les deux bornes avec la moyenne 245 mg/L et l’écart-type 35 mg/L : les scores sont $z_1 = (200 - 245)/35 \approx -1,286$ et $z_2 = (300 - 245)/35 \approx 1,571$. Ainsi, $P(200 \leq X \leq 300) = \Phi(1,571) - \Phi(-1,286) \approx 0,843$. La probabilité qu’une vache soit dans la plage de confort est donc d’environ 84,3 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité d’être dans la plage de confort est d’environ 0,843, soit 84,3 %.

**Question 2. Un taux d’urée supérieur à 330 mg/L peut entraîner des problèmes de santé importants. Déterminer la probabilité qu’une vache prise au hasard ait un taux d’urée dans le lait trop élevé.**

Un taux trop élevé correspond à l’événement $X > 330$. Le score centré-réduit du seuil est $(330 - 245)/35 \approx 2,429$. La probabilité recherchée est donc la probabilité située à droite de ce score : $P(X > 330) = 1 - \Phi(2,429) \approx 0,008$. Cela représente environ 0,8 % des vaches, soit une faible proportion du troupeau.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité d’un taux supérieur à 330 mg/L est d’environ 0,008, soit 0,8 %.

**Question 3. Sachant que 3 % des vaches ont un taux d’urée trop faible, déterminer, à l’unité près, la valeur en dessous de laquelle le taux d’urée dans leur lait est considéré comme trop faible.**

Le seuil demandé est le quantile de niveau 0,03 de la loi normale de moyenne 245 mg/L et d’écart-type 35 mg/L. Le score réduit correspondant est environ $-1,881$, puisque 3 % des valeurs se trouvent en dessous. On revient à l’échelle des taux d’urée : $x = 245 + 35 \times (-1,881) \approx 179,2$ mg/L. À l’unité près, le seuil est 179 mg/L.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Le taux d’urée est considéré comme trop faible en dessous de 179 mg/L, à l’unité près.

## Partie B

**Question 1. Pour un troupeau de 100 vaches laitières, préciser la loi de probabilité de $\bar{X}$, variable aléatoire représentant le taux moyen d'urée dans les échantillons de lait de 100 vaches, et donner ses paramètres.**

1. Les taux des vaches étant normaux, la moyenne d'un échantillon de 100 taux suit aussi une loi normale, en supposant les observations indépendantes.
2. Son espérance est 245 mg/L et son écart-type vaut $35/\sqrt{100} = 3,5$ mg/L.

La variance de la moyenne est donc $3,5^2 = 12,25$. La loi est ainsi entièrement déterminée par ces paramètres.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\overline{X} \sim \mathcal{N}(245; 3,5^2)$ : espérance 245 mg/L et écart-type 3,5 mg/L.

**Question 2. Calculer P(238 ≤ $\bar{X}$ ≤ 252), puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.**

La moyenne des 100 taux a un écart-type de 3,5 mg/L. Les bornes 238 et 252 sont à deux écarts-types de la moyenne 245 : les scores réduits valent $-2$ et $2$. Par conséquent, $P(238 \leq \overline{X} \leq 252) = \Phi(2) - \Phi(-2) \approx 0,954$. Environ 95,4 % des échantillons de 100 vaches auront une moyenne comprise entre 238 et 252 mg/L.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité est d'environ 0,954 : près de 95,4 % des échantillons auront une moyenne dans cet intervalle.

## Partie C

**Question 1. Parmi 150 exploitations laitières contrôlées au hasard, 18 ont été alertées car le taux d'urée moyen de leur lait de tank était anormalement élevé. Déterminer une estimation ponctuelle de la proportion p d'exploitations concernées.**

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence observée dans l'échantillon. Sur les 150 exploitations contrôlées, 18 ont été alertées. On obtient donc $\hat{p} = 18/150 = 0,12$. Cette fréquence estime, dans la population des exploitations laitières, la proportion de celles dont le taux moyen d'urée dans le lait de tank est anormalement élevé.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'estimation ponctuelle de la proportion d'exploitations concernées est $\hat{p} = 0,12$, soit 12 %.

**Question 2. Déterminer une estimation par intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance 0,95.**

Pour le niveau de confiance 0,95, l'intervalle usuel est $[\hat{p} - 1/\sqrt{n}\ ;\ \hat{p} + 1/\sqrt{n}]$. Avec $\hat{p} = 0,12$ et $n = 150$, la marge vaut environ 0,082. Les bornes sont $0,12 - 1/\sqrt{150} \approx 0,038$ et $0,12 + 1/\sqrt{150} \approx 0,202$. L'intervalle de confiance estimé est donc compris entre 3,8 % et 20,2 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> L'intervalle de confiance à 95 % est $[0,038\ ;\ 0,202]$, soit une proportion comprise entre 3,8 % et 20,2 %.

**Question 3. Une enquête nationale indique que 8 % des exploitations contrôlées ont un taux d'urée moyen dans le lait de tank anormalement élevé. Déterminer si l'on peut considérer que la campagne nationale de prévention a eu un effet sur la proportion d'exploitations concernées.**

La proportion nationale annoncée, 0,08, appartient à l'intervalle de confiance obtenu à la question précédente : $0,038 \leq 0,08 \leq 0,202$. Les données de l'échantillon ne permettent donc pas d'écarter la valeur nationale de 8 % au niveau de confiance 0,95. L'écart entre 12 % observés et 8 % peut s'expliquer par les fluctuations d'échantillonnage. On ne peut pas conclure que la campagne a modifié la proportion.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : 8 % appartient à l'intervalle de confiance, donc l'échantillon ne met pas en évidence un effet de la campagne.

# Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

**Bilan de l'épreuve :** Cette épreuve de traitement de données du BTSA, session 2023, porte le code 2023-BTS103-NOR-ME-RE-MA et dure 180 minutes ; aucun coefficient n'est imprimé. Elle étudie la relation entre fertilisation azotée et rendement de betteraves, les traitements contre le taupin et le taux d'urée du lait. Les compétences évaluées mobilisent régression linéaire, test du Khi-2, lois normale et d'échantillonnage, estimation et interprétation statistique.

### Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Le coefficient de corrélation linéaire renseigne sur le sens et l'intensité de la liaison linéaire entre deux variables quantitatives.
- La droite des moindres carrés de Y en X estime Y à partir de X ; le résidu vaut $e_i = y_i - \hat{y}_i$.
- Pour la moyenne de n observations indépendantes, l'espérance reste μ et l'écart-type devient σ/√n.
- Le test du Khi-2 permet d'étudier l'indépendance de deux variables qualitatives à partir d'un tableau d'effectifs.

### Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier que le signe et l'intensité de la corrélation sont cohérents avec le nuage de points.
- Calculer un résidu dans l'ordre valeur observée moins valeur estimée, avec l'équation de régression.
- Pour une moyenne d'échantillon, utiliser l'écart-type σ/√n et non l'écart-type individuel σ.
- Justifier la conclusion statistique au seuil demandé et la formuler dans le contexte de l'exercice.

## Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

**Q : Comment calculer la probabilité qu'un taux normal soit compris entre deux bornes ?**

On standardise chaque borne avec Z = (X - μ)/σ, puis on soustrait les probabilités cumulées : P(a ≤ X ≤ b) = Φ((b - μ)/σ) - Φ((a - μ)/σ). On arrondit ensuite le résultat selon la consigne.

**Q : Quel écart-type faut-il utiliser pour le taux moyen de 100 vaches ?**

Pour la moyenne de n observations indépendantes de même loi, l'espérance reste μ et l'écart-type est σ/√n. Il faut donc utiliser cet écart-type de la moyenne dans les calculs, et non celui d'un taux individuel.

**Q : Comment répartir son temps pendant les 180 minutes de l'épreuve ?**

Les exercices valent respectivement 7, 5 et 8 points. Répartissez le temps en fonction de ces pondérations, sans négliger le test du Khi-2 ni les différentes parties de l'exercice 3, puis gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités et arrondis.

**Q : Comment formuler une conclusion à partir d'un test ou d'un intervalle de confiance ?**

Pour un test, comparez la statistique observée à la valeur critique au seuil demandé, puis concluez dans le contexte. Pour une proportion, utilisez l'intervalle calculé pour apprécier si la valeur de référence est compatible avec les données.

**Sujet officiel associé (PDF) :** https://btsagf.fr/assets/annales/btsa-gf/E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés/2023/BTSA GF - E3 - Communiquer dans des situations et des contextes variés - Session 2023 - 1-Sujet.pdf
**Ressources BTSA Gestion Forestière :** Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.